

2021

## PHYSICS — GENERAL

Paper : DSE-A-2

(Modern Physics)

Full Marks : 65

Candidates are required to give their answers in their own words  
as far as practicable.

প্রাপ্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১ ও ২নং প্রশ্ন, ও অন্য যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২×৫

- (ক) র্যাল-জীন ও ভীনের বিকিরণ সূত্রের তুলনায় প্ল্যাঙ্কের সূত্রের সুবিধা কি?
- (খ) একটি ইলেকট্রন 100V বিভব-পার্থক্যের ভিতর দিয়ে যাত্রা করে। ইলেকট্রনের ডি-ব্রয় তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
- (গ) একটি ইলেকট্রন কত গতিতে চললে এটির ভর স্থির ভরের দ্বিগুণ হবে? (শূন্য মাধ্যমে আলোর গতিবেগ  $c = 3 \times 10^8$  m/sec)
- (ঘ) লরেঞ্জ ফিটজেরাল্ড দৈর্ঘ্য সংকোচন বলতে কী বোঝো?
- (ঙ) কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় তরঙ্গ প্যাকেট কী? একে কি নর্মালাইজ করা যায়?
- (চ) নর্মালাইজ করো :  $\psi(x) = Ae^{-\alpha x^2}$ ,  $-\infty < x < \infty$ ;  $A$  এবং  $\alpha$  দুটি ধ্রুবক।
- (ছ) স্বল্প সুস্থিত অবস্থা কী?

২। যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫×৩

- (ক) কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় প্রোবাবিলিটি কারেন্ট ঘনত্বের মান নির্ণয় করো।
- (খ) হার্মিশিয়ান সংকারকের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে  $\hat{x}\hat{p}_x$  হার্মিশিয়ান সংকারক নয়।
- (গ) একটি  $V(x, t)$  বিভব সম্পন্ন অঞ্চলে শ্রোয়েডিংগার তরঙ্গ সমীকরণের দুটি সমাধান  $\psi_1(x, t)$  ও  $\psi_2(x, t)$ । দেখাও যে,  $\psi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2$  ওই সমীকরণের একটি সমাধান যেখানে  $a_1$  ও  $a_2$  যে-কোনো দুটি ধ্রুবক।
- (ঘ) চিত্রসহ একটি হিলিয়াম-নিওন লেসারের কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা করো।
- (ঙ) বিশেষ আপেক্ষিকতাবাদের তত্ত্বের স্বীকার্যগুলি বিবৃত করো।  $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$  রাশিমালাটি প্রতিষ্ঠা করো যেখানে প্রতীকগুলি স্বাভাবিক অর্থ বহন করে।

৩। (ক) দেখাও যে মুক্ত ইলেকট্রন দ্বারা বিক্ষিপ্ত হওয়ার কারণে কোনো ফোটনের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের মান  $\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$  যেখানে  $\lambda_c =$  ক্রম্পটন তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও  $\theta =$  বিক্ষেপণ কোণ।

(খ) ডেভিসন-গার্মার পরীক্ষাটি বর্ণনা করো। এর গুরুত্ব কী?

৬+৪

Please Turn Over

- ৪। (ক) একমাত্রিক বিভব  $V(x)$ -এর বিচরণশীল একটি কণার শ্রোয়েডিংগার সমীকরণটি লেখো।  
 (খ) বস্তুতরঙ্গের দশাবেগ ও গুচ্ছ বেগের মধ্যে সম্পর্কটি নির্ণয় করো। দেখাও যে বস্তু তরঙ্গের দশা বেগ  $= \frac{c^2}{v}$  যেখানে  $c =$  আলোর গতিবেগ ও  $v =$  কণার গতিবেগ।  
 (গ) হাইজেনবার্গের অনিশ্চয়তা সূত্র ব্যবহার করে দেখাও যে একটি পরমাণুর কেন্দ্রকের ভিতরে ইলেকট্রন উপস্থিত থাকতে পারে না। ২+(২+২)+৪
- ৫। (ক) আইনস্টাইনের  $A$  ও  $B$  গুণাক্ষের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করো।  
 (খ) লেসার আলোর বৈশিষ্ট্য লেখো।  
 (গ) রুবি লেসারের কার্যনীতি লেখো। ৪+২+৪
- ৬। (ক)  $V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_0, & x \geq 0 \end{cases}$  এই স্টেপ বিভবের জন্য শ্রোয়েডিংগার সমীকরণটি সমাধান করো এবং এর সাহায্যে প্রতিফলন ও সংবহন-এর মান নির্ণয় করো।  
 (খ) একটি কণা একটি একমাত্রিক শক্ত বাস্তবের মধ্যে আবদ্ধ। এর শ্রোয়েডিংগার সমীকরণটি সমাধান করে নর্মালাইজড তরঙ্গ-অপেক্ষকের ব্যঞ্জক নির্ণয় করো। ৬+৪
- ৭। (ক) দেখাও যে শূন্য মাধ্যমে আলোর গতিবেগের সঙ্গে যে-কোনো গতিবেগ যোগ দিলে পুনরায় আলোর গতিবেগই পাওয়া যায়।  
 (খ) ৭ 'ক'-তে ব্যবহৃত ফর্মুলাটি প্রমাণ করো।  
 (গ) লরেঞ্জ রূপান্তর সমীকরণগুলি ব্যবহার করে দৈর্ঘ্য সংকোচন ও সময় প্রসারণের রাশিমালা নির্ণয় করো। ৩+৩+(২+২)
- ৮। (ক) একটি পর্যবেক্ষণযোগ্য রাশির প্রত্যাশামান  $\langle \alpha \rangle = \int \psi^* \hat{\alpha} \psi d\tau$ । এটা থেকে দেখাও যে  $\hat{\alpha}$  একটি হার্মিশিয়ান সংকারক।  
 (খ) কৌণিক ভরবেগ সংকারকের রাশি হল  $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p}$ । এটা থেকে গোলীয় পোলার স্থানাঙ্কের  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$  উপাংশের মান নির্ণয় করো।  
 (গ) প্রমাণ করো যে, একটি হার্মিশিয়ান সংকারকের আইগেন মান বাস্তব হয়। ২+৫+৩

### [English Version]

*The figures in the margin indicate full marks.*

Answer **question nos. 1 and 2**, and **any four** questions from three rest.

1. Answer **any five** questions : 2×5
- (a) What is the advantage of Planck's law over Rayleigh–Jean and Wien's radiation law?  
 (b) An electron falls through a potential difference of 100V. Calculate the de Broglie wavelength of the electron.

- (c) At what speed should an electron move to double its rest mass? Given that velocity of light in free spaces  $c = 3 \times 10^8$  m/s.
- (d) What is meant by Lorentz–Fitzgerald length contraction?
- (e) In quantum mechanics, what is wave packet? Can it be normalised?
- (f) Normalise  $\psi(x) = Ae^{-\alpha x^2}$ ,  $-\infty < x < \infty$ ; where  $A$  and  $\alpha$  are constants.
- (g) What is metastable state?

2. Answer **any three** questions :

5×3

- (a) Obtain an expression for probability current density in quantum mechanics.
- (b) Define Hermitian operator. Show that the operator  $\hat{x}\hat{p}_x$  is not an Hermitian operator.
- (c) If  $\psi_1(x, t)$  and  $\psi_2(x, t)$  are both solutions of Schrödinger wave equation for a given potential  $V(x, t)$ . Then show that  $\psi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2$  in which  $a_1$  and  $a_2$  are arbitrary constants is also a solution.
- (d) With the diagram, explain the working principle of He–Ne Laser.
- (e) State the basic postulates of special theory of relativity. Prove that  $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$ , where the symbols have their usual meaning.

3. (a) Show that the amount of wavelength shift of a photon scattered by a free electron given by,  $\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$ , where  $\lambda_c$  is Compton wavelength and  $\theta$  is the angle of scattering.

(b) Describe Davison–Germar experiment. What is its significance?

6+4

4. (a) Write the Schrödinger equation of a particle moving in a one-dimensional potential  $V(x)$ .

(b) Deduce the relation between phase velocity and group velocity of matter wave. Show that the phase velocity of matter wave =  $\frac{c^2}{v}$ , where  $c$  is the velocity of light in free spaces,  $v$  is particle velocity.

(c) Using Heisenberg's uncertainty principle, show that an electron cannot reside inside the nucleus of an atom.

2+(2+2)+4

5. (a) Deduce the relation between Einstein's  $A$  and  $B$  coefficient.

(b) Write the properties of LASER.

(c) Write down the working principle of Ruby Laser.

4+2+4

6. (a)  $V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_0, & x \geq 0 \end{cases}$ . Solve the Schrödinger equation for the step potential and use it to find the expression for reflectance and transmittance.

(b) A particle is in a one-dimensional rigid box. Solve its Schrödinger equation and normalise the wave function.

6+4

**Please Turn Over**

7. (a) Prove that if any velocity is added to velocity of light in free space the result is same as the velocity of light in free space.
- (b) Deduce the formula used in part 7(a).
- (c) Using Lorentz transformation equation, deduce the expression for Length contraction and Time dilation. 3+3+(2+2)
8. (a) The expectation value of observable is  $\langle \alpha \rangle = \int \psi^* \hat{\alpha} \psi d\tau$ . From this expression, show that  $\hat{\alpha}$  is an Hermitian operator.
- (b) Angular momentum operator is given by  $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p}$ . In spherical polar coordinate, find the components  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ .
- (c) Prove that the eigenvalues of an Hermitian operator are real. 2+5+3
-